

Esercizi - Limiti e sviluppi di Taylor

Esercizio 1. Calcolare (se esistono) i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + e^x}{2x^3 + 7x}$	d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2}$	g) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\log x - 1}{x - e}$
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x)e^{-x}$	e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\log(e^{x-2} - 1)}{\log(x - 2)}$	h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{\arctan^2 x}$
c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$	f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 12x + 16}{x(x - 2)^2}$	i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{\frac{1}{x}} - \frac{x^2}{x + 1}$

Esercizio 2. Utilizzando gli sviluppi di Taylor, calcolare (se esistono) i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{x^2}$	f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$	k) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 \sin(2x) \cos x - 2x^3}{\log(1 + x^2) - x^2}$
b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{1}{2}x^2}{\sin x - x}$	g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + e^{-x^2} - 1}{\sqrt{1 + x^4} - 1}$	l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + e^{-3x^2} - \cos(2x)}{x^2(\sqrt{1 + 2x} - e^x)}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$	h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)^2 - 4x^2}{x^2 \sin x}$	m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\sin\left(\frac{2}{x}\right) - 2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) \right)$
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos(2x) + e^{x^2} - 2}$	i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$	n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2\sqrt{x}) - 3 \log(1 - x) - \sqrt[3]{1 + 3x}}{\sqrt{1 + 2x} - 1 - x}$
e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{x \log(1 + 3x)}$	j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x - x^2) - x^2 - 1}{\log(1 + x) - x}$	o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x - x^2} \cos x - \sqrt{1 + 4x}}{x^2}$

Esercizio 3. Scrivere il polinomio di Taylor $T_{n,x_0}(x)$ nei seguenti casi:

a) $f(x) = xe^{-2x}, \quad x_0 = 0, \quad n = 4;$
b) $f(x) = \cos^2 x, \quad x_0 = \pi, \quad n = 3;$
c) $f(x) = 2x \log(1 + 3x), \quad x_0 = 0, \quad n = 3;$
d) $f(x) = \cos(x^3 - x), \quad x_0 = 0, \quad n = 4;$

Risultati

Esercizio 1. Calcolare (se esistono) i seguenti limiti:

a) $+\infty$

d) $-\frac{1}{2\pi}$

g) $\frac{1}{e}$

b) 0

e) 1

h) $-\frac{1}{2}$

c) $-\frac{1}{2}$

f) 3

i) 2

Esercizio 2.

a) 2

f) $\frac{1}{12}$

k) 0

b) -1

g) $\frac{1}{3}$

l) $-\frac{23}{6}$

c) $\frac{1}{3}$

h) 8

m) $-\frac{2}{3}$

d) -1

i) 1

n) $-\frac{19}{3}$

e) $-\frac{1}{12}$

j) 3

o) $\frac{5}{2}$

Esercizio 3.

a) $x - 2x^2 + 2x^3 - \frac{4x^4}{3};$

b) $1 - (x - \pi)^2$ oppure $1 - \pi^2 + 2\pi x - x^2$

c) $6x^2 - 9x^3$

d) $1 - \frac{x^2}{2} + \frac{25x^4}{24};$